

Sciences Industrielles en C.P.G.E

Exercices et problèmes corrigés

1 - Mathématiques pour l'étude des automatismes

A - Exercices de décomposition en éléments simples.....	7
B - Résolution d'équations différentielles : transformées de Laplace	9

2 - Etude des systèmes automatiques asservis dans le domaine temporel

A - Inventaire des signaux d'entrée	13
B - Résumé des réponses aux signaux d'entrée	14
C - Critères des réponses d'un asservissement.....	15
D - Schéma fonctionnel ou schéma bloc.....	16
E - Stabilité selon le critère de Routh	19
F - Fonctions transfert du premier et second ordre	21
G - Asservissement angulaire d'ouverture-fermeture de vanne	22
H - Etude d'une servovalve hydraulique	25

3 - Etude des systèmes automatiques asservis dans le domaine fréquentiel

A - Résumé des squelettes des diagrammes de Bode : gain et phase	29
B - Reconnaissance de FTBO par les diagrammes de Bode	31
C - Fonction de transfert du second ordre.....	32
D - Marge de gain et marge de phase.....	35
E - Correction Proportionnelle Intégrale Dérivée : PID	36

4 - Etude des systèmes automatiques combinatoires

A - Résumé des opérateurs logiques courants	37
B - Trémie de pesage.....	39
C - Codage de l'information : code-barres.....	41
D - Alimentation d'un afficheur à diodes lumineuses.....	45

5 - Etude des systèmes automatiques séquentiels

A - Résumé sur le GRAFCET	52
B - Machine d'emballage de bonbons	53
C - Mémoires et séquenceurs	58
D - Etude et conception d'un bloc de séquenceur	59
E - Câblage par séquenceurs d'un cycle en L	64

F - Câblage d'un système automatique par séquenceurs	66
G - Digicode à 4 chiffres.....	69

6 - Mathématiques pour la cinématique des solides

A - Exercices de révisions sur les vecteurs, les torseurs, les matrices	72
B - Calcul du comoment de torseurs au centre d'une liaison.....	74

7 - Liaison équivalente entre solides

A - Liaison équivalente entre trois solides	76
---	----

8 - Cinématique des solides

A - Repère et référentiel	78
B - Trajectoire.....	79
C - Vitesse d'un point d'un solide	80
D - Accélération d'un point d'un solide	82
E - Torseur cinématique	82
F - Robot d'insertion de circuits imprimés	84
G - Pelleuse à chenilles.....	86
H - Roulement et pivotement.....	88
I - Cinématique du joint de Hooke	89
J - Cinématique du joint de Cardan	91

9 - Etude statique des solides

A - Couple et moment - Treuil simple	93
B - Gouvernail de bateau	94
C - Répartition de pression.....	95
D - Dispositif de levage de rouleaux.....	97
E - Cric rouleur hydraulique : mécanique et technologie	101
F - Statique graphique : pince de préhension de tôles	104

10 - Cinétique des solides

A - Centre de gravité d'une perceuse.....	105
---	-----

11 - Étude dynamique des solides

A - Torseur cinétique	107
B - Torseur dynamique.....	107
C - Principe fondamental de la dynamique.....	108
D - Puissance	108
E - Energie cinétique	108
F - Théorème de l'énergie cinétique.....	109
G - Couple gyroscopique.....	109

H - Broyeur	112
I - Concasseur	118
J - Robot de manutention	121
K - Equilibrage d'une plaque triangulaire	125

12 - Théorie des mécanismes

A - Pompe à main	129
B - Mécanisme de serrage	135

13 - Les engrenages

A - Inventaire des engrenages courants	140
B - Boîtes à 16 vitesses	142
C - Appareil à tarauder	143
D - Réducteurs de vitesse à train épicycloïdal	145
E - Malaxeur à train épicycloïdal	147
F - Palan à train épicycloïdal	148

14 - Montage des roulements et engrenages

A - Inventaire de roulements et butées	149
B - Montage des roulements à billes	150
C - Montage de roulements coniques	155
D - Montage d'un réducteur de vitesses	157
E - Analyse de solutions de montage	159

15 - Cotation fonctionnelle - Chaînes de cotes

A - Définition des dimensions ou cotes	161
B - Définition des cotations par le mode ISO	162
C - Recherche et calculs de cote et intervalle de tolérances	166
D - Définition et calculs des dimensions : chaînes de cotes	169
E - Exercices de cotation fonctionnelle : transfert de cotes	172
F - Cotation d'un montage de roulements	177
G - Le voilage des roulements	179
H - Cotation d'un réducteur de vitesse	180

16 - Résistance des matériaux

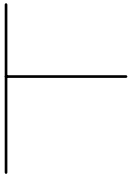
A - Système hyperstatique soumis à la traction	181
B - Systèmes soumis au cisaillement	182
C - Systèmes soumis à la torsion simple	183
D - Systèmes soumis à la flexion simple	187
- Poutre sur deux appuis et charge répartie	187
- Poutre sur deux appuis et forces ponctuelles	189
- Poutre encastree et charge répartie	190
- Poutre encastree et forces ponctuelles	191

		a b c							
		000	001	011	010	110	111	101	100
d e	00								
	01								
	11								
	10								

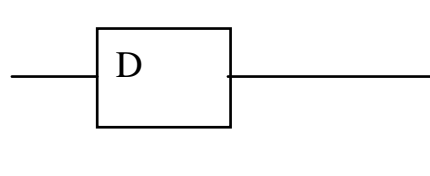
Donnez son expression logique : $D_{??} =$

Tracez le circuit à contacts électriques de cette diode.

0 V



12 V



g - Pour cette question, considérez qu'une erreur E ne se produira pas. Le raisonnement à suivre dans cette question ne doit donc pas tenir compte de l'éventualité d'une erreur E.

Donnez le signal de commande des diodes D_{11} et D_{85} avec cette nouvelle considération, c'est-à-dire qu'une erreur E ne se produira pas.

Diode D_{11}

		a b c							
		000	001	011	010	110	111	101	100
d e	00								
	01								
	11								
	10								

Diode D_{85}

		a b c							
		000	001	011	010	110	111	101	100
d e	00								
	01								
	11								
	10								

$D_{11} =$

$D_{85} =$

3 - Corrigé

a - Complétez le tableau pour définir tous les afficheurs de 0 à F.

La lecture du tableau de référence, donné dans le sujet, permet de constater que le nombre 1 par exemple, est défini par la suite des variables a.b.c.d.e par les valeurs suivantes : 00001. Donc $abc = 000$ et $de = 01$

Placez alors le nombre 1 dans la case correspondante

2 → 00010. Donc $abc = 000$ et $de = 10$

3 → 00011. Donc $abc = 000$ et $de = 11$

4 → 00100. Donc $abc = 001$ et $de = 00$

Vous pouvez continuer sans regarder les réponses pour vérifier si vous avez bien compris.

$$\overrightarrow{OA} = \mathbf{a} \cdot \overrightarrow{y_1}$$

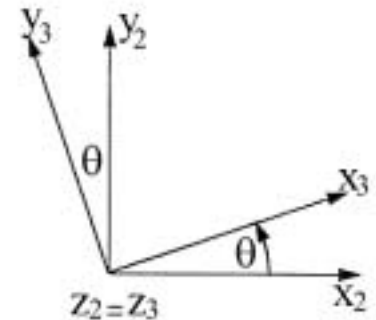
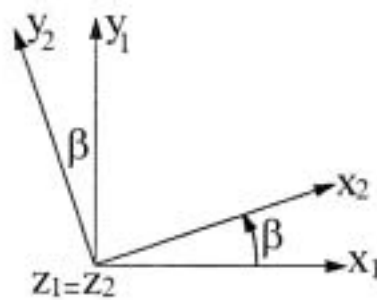
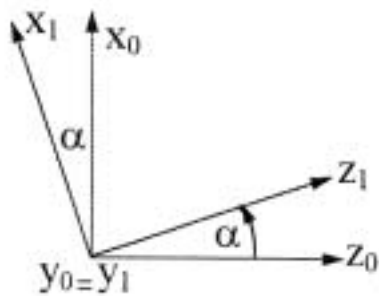
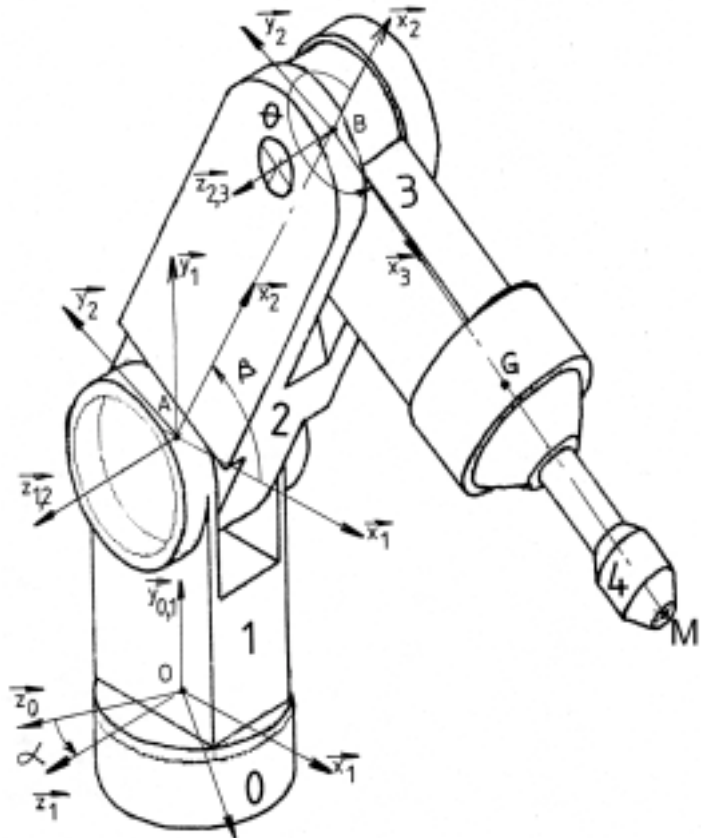
$$\overrightarrow{AB} = \mathbf{b} \cdot \overrightarrow{x_2}$$

$$\overrightarrow{BM} = \mathbf{c} \cdot \overrightarrow{x_3}$$

$$(\overrightarrow{Oz_0}, \overrightarrow{Oz_1}) = \alpha$$

$$(\overrightarrow{Ax_1}, \overrightarrow{Ax_2}) = \beta$$

$$(\overrightarrow{Bx_2}, \overrightarrow{Bx_3}) = \theta$$



3 - Corrigé

a - Vitesse absolue du point M exprimée dans R_2 , par dérivée de chaque vecteur unitaire par rapport à R_0 .

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \mathbf{a} \cdot \overrightarrow{y_1} + \mathbf{b} \cdot \overrightarrow{x_2} + \mathbf{c} \cdot \overrightarrow{x_3} \quad \text{reprise des données du sujet.}$$

$$\overrightarrow{V}(M,3/R_0) = \frac{d}{dt} \overrightarrow{OM} / R_0 = \frac{d}{dt} \{ \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} \} / R_0 = \frac{d}{dt} \{ \mathbf{a} \cdot \overrightarrow{y_1} + \mathbf{b} \cdot \overrightarrow{x_2} + \mathbf{c} \cdot \overrightarrow{x_3} \} / R_0$$

Utilisez la formule de dérivée du vecteur mobile pour chaque vecteur.

$$\overrightarrow{V}(M,3/R_0)_{R_2} = \mathbf{a} \cdot \frac{d}{dt} \overrightarrow{y_1} / R_0 + \mathbf{b} \cdot \frac{d}{dt} \overrightarrow{x_2} / R_0 + \mathbf{c} \cdot \frac{d}{dt} \overrightarrow{x_3} / R_0$$

Premier terme : $\overrightarrow{y_1} = \overrightarrow{y_0}$ vecteur fixe, donc $\frac{d}{dt} \overrightarrow{y_1} = \overrightarrow{0}$

Second terme : $\frac{d}{dt} \overrightarrow{x_2} / R_0 = \frac{d}{dt} \overrightarrow{x_2} / R_2 + \overrightarrow{\Omega}_{20} \wedge \overrightarrow{x_2} = \left(\frac{d\alpha}{dt} \overrightarrow{y_1} + \frac{d\beta}{dt} \overrightarrow{z_2} \right) \wedge \overrightarrow{x_2}$

$$\overrightarrow{y_1} = \sin(\beta) \cdot \overrightarrow{x_2} + \cos(\beta) \cdot \overrightarrow{y_2}$$

F - Théorème de l'énergie cinétique

La dérivée de l'énergie cinétique d'un solide est égale à la puissance des efforts extérieurs appliqués au solide (théorème de l'énergie puissance).

$$\frac{d}{dt}(T_{E/R}) = P(\vec{F}^{\text{ext} \rightarrow S}) + P(\vec{F}^{\text{int} \rightarrow S})$$

G - Mouvement gyroscopique d'une roue avant de moto dans un virage

1 - Description du phénomène et du mécanisme.

Expérience : Prenez dans la main gauche (ou la droite !) un axe horizontal qui porte une roue montée en pivot. Avec la main droite (ou la gauche) élanchez la roue pour qu'elle tourne autour de son axe. Dans votre main gauche (ou celle qui tient l'axe !) vous sentirez un couple, car vous devrez résister à "quelque chose" au niveau de votre poignet. Vous aurez mis en évidence la notion de **couple gyroscopique**.

Pour le déterminer sur un exemple concret, placez-vous dans les conditions suivantes :

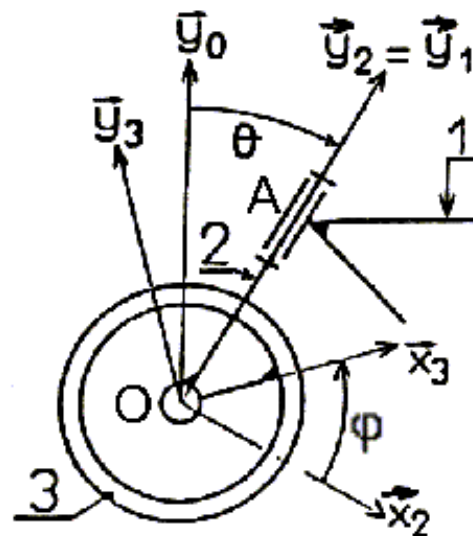
a - Isolez la moto de façon à ce qu'elle ne soit pas en contact avec le sol, comme pour l'expérience précédente.

b - Le cadre (1) est lié au repère fixe, donc il est fixe (comme votre poignet).

Une roue avant de moto possède deux mouvements dans un virage

1 - Elle tourne autour de l'axe de la roue de centre O, lié à la fourche de direction (2).

2 - Indirectement, elle tourne par rapport au cadre, autour de l'axe de direction (2) qui n'est pas vertical. La liaison pivot au point A entraîne $\vec{y}_1 = \vec{y}_2$.



2 - Définition des repères

θ , inclinaison de la fourche par rapport au cadre. C'est un angle constant de fabrication.

$R_1 = (\vec{x}_1 ; \vec{y}_1 ; \vec{z}_1)$ lié au cadre fixe (1)

$R_2 = (\vec{x}_2 ; \vec{y}_2 ; \vec{z}_2)$ lié à la fourche (2) Liaison L_{21} = pivot d'axe $O\vec{y}_1$

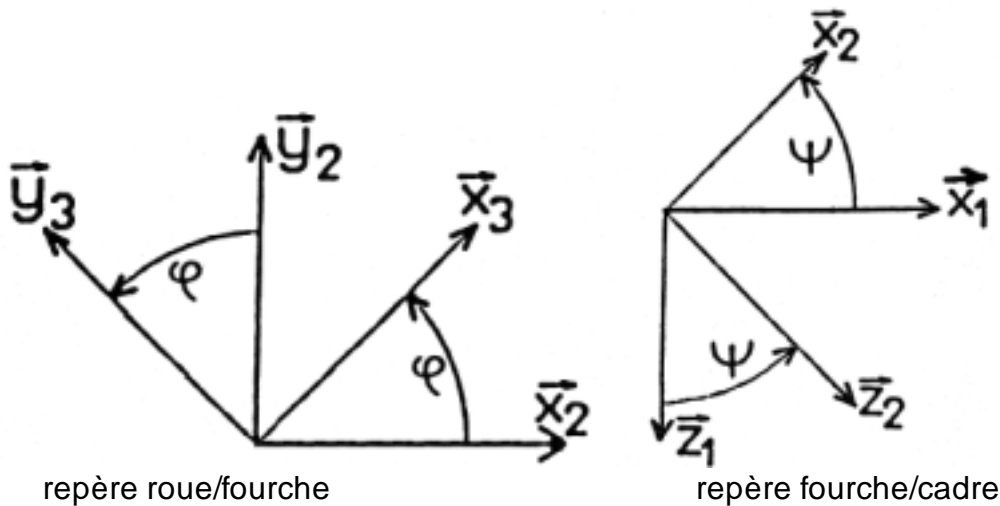
$R_3 = (\vec{x}_3 ; \vec{y}_3 ; \vec{z}_3)$ lié à la roue (3) Liaison L_{32} = pivot d'axe $O\vec{z}_2$ ou $O\vec{z}_3$

La vitesse angulaire de la roue (3) par rapport à la fourche (2) est $\omega_{3/2} = \frac{d\varphi}{dt}$ sur l'axe \vec{z}_2 .

La vitesse angulaire du guidon (2) par rapport au cadre (1) est $\omega_{2/1} = \frac{d\psi}{dt}$ sur l'axe \vec{y}_1 .

La masse de la roue (3) est m_3 et sa matrice d'inertie au point O, dans le repère R_3 ou

$R_2 (\vec{x}_3 ; \vec{y}_3 ; \vec{z}_3)$ est définie par $I_{3,O|R2,3} = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{O,R2,3}$



3 - Questions et corrigé

a - Déterminez la vitesse angulaire de (3) par rapport à (1) exprimée dans le repère R_2

$$\vec{\Omega}_{3/2|R2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{d\varphi}{dt} \end{pmatrix}_{R2} \quad \vec{\Omega}_{2/1|R2} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{d\psi}{dt} \\ 0 \end{pmatrix}_{R2}$$

$$\vec{\Omega}_{3/1|R2} = \vec{\Omega}_{3/2|R2} + \vec{\Omega}_{2/1|R2} \quad \vec{\Omega}_{3/1|R2} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{d\psi}{dt} \\ \frac{d\varphi}{dt} \end{pmatrix}_{R2}$$

b - Déterminez le moment cinétique au point O de la roue (3) par rapport à R_0 exprimé dans R_2

$$\vec{\sigma}_{O,3/1|R2} = I_{(O,3)} \cdot \vec{\Omega}_{3/1|R2} \quad \vec{\Omega}_{3/1|R2} \text{ est déterminé dans la question précédente.}$$

\vec{y}_2 est un axe passant par O.

15 - Cotation fonctionnelle

Chaînes de cotes

A - Définition des dimensions (les cotes)

1 - Cote nominale, cote maxi, cote mini

Les modes de fabrication et les modes de contrôle des usinages amènent à définir une dimension à l'aide de deux dimensions mini et maxi. En effet, il est impossible de fabriquer une pièce avec une cote absolue et encore moins mille pièces identiques (pour les séries).

Ainsi une cote (dimension) est toujours donnée avec

- Une valeur nominale : 18 mm par exemple
- Un intervalle de tolérances (IT) : 0,10 mm par exemple

Qu'est-ce que la cote nominale ? C'est la dimension sans ses tolérances

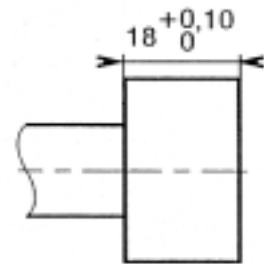
$$C_{\text{nomi}} = 18 \text{ mm}$$

La cote maxi est

$$C_{\text{Maxi}} = 18,10 \text{ mm}$$

La cote mini est

$$C_{\text{mini}} = 18 \text{ mm}$$



L'intervalle de tolérance est la zone (en mm ou en microns) dans laquelle la dimension peut être réalisée à la fabrication.

L'intervalle de tolérance est $IT = 0,10 \text{ mm}$ ou $100 \mu\text{m}$ (micron)

L'écart correspond soit à la valeur mini de l'intervalle de tolérance, soit à la valeur maxi.

L'écart inférieur est

$$e_i = 0 \text{ mm}$$

L'écart supérieur est

$$e_s = 0,10 \text{ mm}$$

Les cotes sont toujours données en millimètres (sauf en génie civil où elles sont données soit en mètres, soit en centimètres si elles sont inférieures à un mètre).

En génie mécanique, les cotes sont données en millimètres et les intervalles de tolérance sont donnés en millimètres ou en microns.

2 - Relation entre cote maxi, cote mini et cote moyenne

Notez quelques formules :

$$C_{\text{Maxi}} = C_{\text{mini}} + IT$$

$$C_{\text{Maxi}} = C_{\text{moyenne}} + \frac{IT}{2}$$

$$C_{\text{mini}} = C_{\text{moyenne}} - \frac{IT}{2}$$

Qu'est-ce que la cote moyenne ? C'est comme pour une moyenne de deux notes : la valeur qui permettra de déterminer des écarts supérieur et inférieur égaux. C'est la valeur qui se place au milieu de C_{Maxi} et C_{mini} .

Exemple : entre 18 mm et 18,1 mm, la cote moyenne est : $\frac{18+18,1}{2} = 18,05 \text{ mm}$

L'intervalle de tolérance est la valeur qui sépare C_{Maxi} de C_{mini} . $IT = 18,1 - 18 = 0,1 \text{ mm}$

Notez quelques formules :

$$C_{\text{moyenne}} = \frac{C_{\text{Maxi}} + C_{\text{mini}}}{2}, \quad IT = C_{\text{Maxi}} - C_{\text{mini}} \quad \text{on utilise souvent} \quad \frac{IT}{2} = \frac{C_{\text{Maxi}} - C_{\text{mini}}}{2}$$

3 - Exercice

Une cote est donnée par ses dimensions : $C_{\text{mini}} = 31,8$ mm et $C_{\text{Maxi}} = 32,8$ mm

Déterminez la cote moyenne et l'intervalle de tolérance.

Vérifiez C_{Maxi} et C_{mini} par les fomules

La cote moyenne est : $\frac{32,8+31,8}{2} = 32,3$ mm

L'intervalle de tolérance est $IT = 32,8 - 31,8 = 1$ mm

Le demi-intervalle de tolérance est $\frac{IT}{2} = \frac{32,8-31,8}{2} = 0,5$ mm

Vérification de C_{Maxi} et C_{mini} par les fomules

$$C_{\text{mini}} = 32,3 - 0,5 = 31,8 \text{ mm}$$

$$C_{\text{Maxi}} = 32,3 + 0,5 = 32,8 \text{ mm}$$

$$C = 32,3^{\pm 0,5}$$

B - Définition des cotations par le mode I.S.O : International System Organisation

Afin de normaliser les cotations pour tous les pays européens, les partenaires ont établi un mode de définition des zones de tolérances suivant les valeurs nominales.

Les tableaux de la page suivante vous montrent les deux modes de cotation réservés aux alésages et aux arbres.

1 - Les alésages : définis par des lettres MAJUSCULES

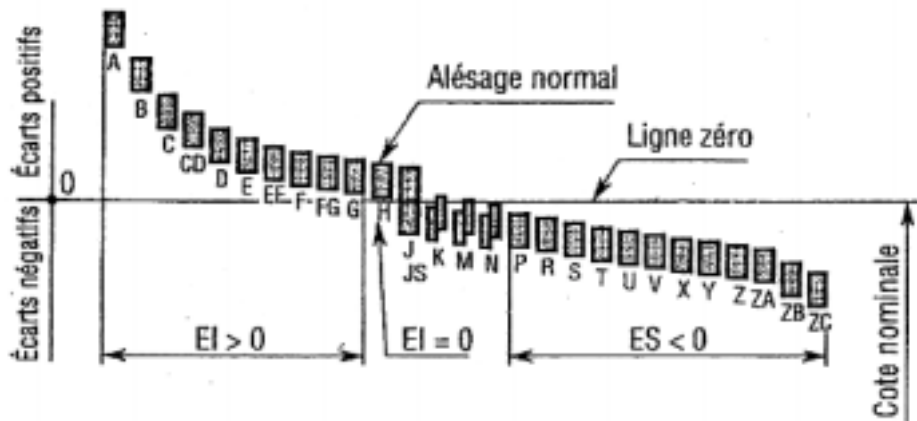
Une ligne de référence a été fixée : la ligne du zéro, c'est-à-dire zéro tolérance, c'est la cote nominale.

Mais les rectangles suivants placés à partir de cette ligne zéro, définissent par leur hauteur, la grandeur de l'IT (intervalle de tolérances) et la position de la tolérance par rapport à ce zéro.

Deux points sont importants dans ce tableau :

a - La hauteur des rectangles, qui donne l'IT.

b - La position de ce rectangle par rapport à la ligne de cote nominale, qui donne l'écart supérieur ou inférieur selon que l'on travaille dans les lettres de A à H ou de H à Z.



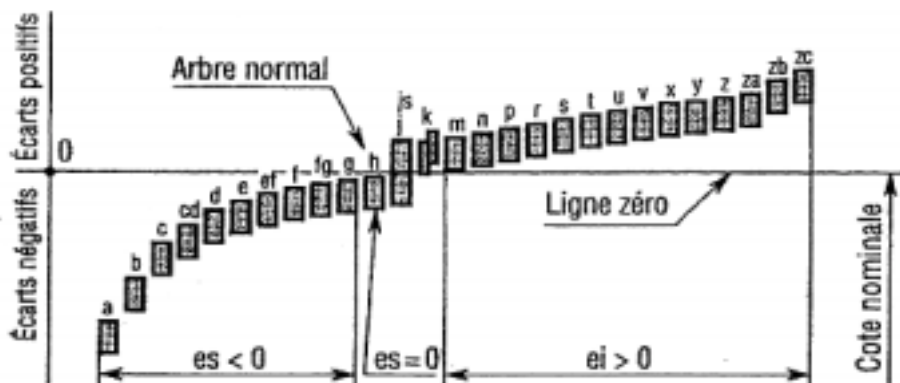
Le tableau fait apparaître trois zones, en fonction de l'écart supérieur ou inférieur :

- a - l'écart inférieur positif (cote mini au-dessus de la cote nominale)
- b - l'écart inférieur nul (lettre H) (cote mini égale à la cote nominale)
- c - l'écart supérieur négatif (cote maxi au-dessous de la cote nominale)

2 - Les arbres : définis par des lettres minuscules

Deux points sont importants dans ce tableau :

- a - La hauteur des rectangles, qui donne l'IT.
- b - La position de ce rectangle par rapport à la ligne de cote nominale, qui donne l'écart supérieur ou inférieur selon que l'on travaille dans les lettres a à h ou h à z.



Le tableau fait apparaître trois zones en fonction de l'écart supérieur ou inférieur :

- a - l'écart supérieur négatif (cote maxi au-dessous de la cote nominale)
- b - l'écart supérieur nul (cote Maxi égale à la cote nominale)
- c - l'écart inférieur positif (cote mini au-dessus de la cote nominale)

Les deux tableaux suivants sont des tableaux de référence. Vous aurez souvent à y lire des tolérances.