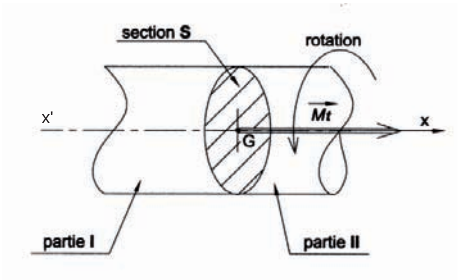
Sommaire

Torsion

Définition

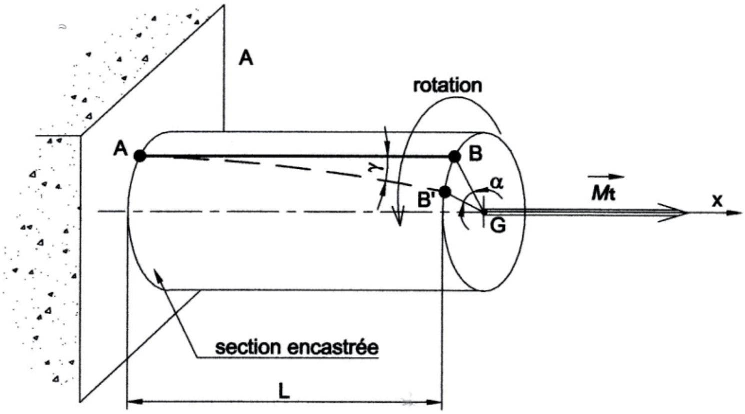
Une poutre (solide) présentant un axe géométrique (xx') est sollicitée à la torsion lorsqu'elle est soumise aux effets d'un torseur couple du type :

$$\underset{(xyz)}{T_G} = \begin{Bmatrix} T_x = 0 & M_x = \left\|\overrightarrow{M_t}\right\| \\ T_y = 0 & M_y = 0 \\ T_z = 0 & M_z = 0 \end{Bmatrix}$$



Eléments caractéristiques de la torsion

- Soit une poutre encastrée (section encastrée fixe) soumise aux effets d'un moment de torsion $\overrightarrow{Mt}$ localisé au centre G d'une section S.



- Sous l'effet de torsion, une fibre (AB) parallèle à l'axe de rotation s'enroule suivant une hélice (AB') et dévie selon un angle γ.
- On en déduit les trois grandeurs caractéristiques de la torsion :

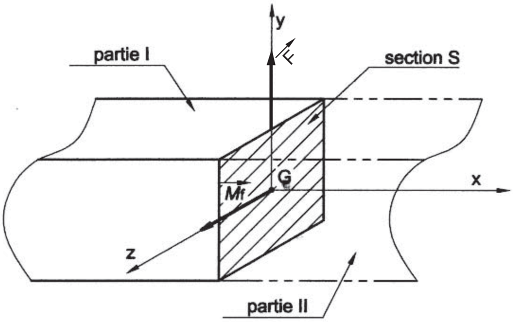
1/. L'angle de déviation γ (en radian).
2/. L'angle de rotation α (en radian) de la section S par rapport à la section fixe.
3/. L'angle unitaire de rotation $\theta = \frac{\alpha}{L}$ (en radian par millimètre / rad.mm^{-1}).

- Nota : La fibre située sur l'axe (x'x) ne dévie pas lors d'une sollicitation en torsion ; on l'appelle la ***fibre neutre*** de la poutre.

Flexion plane

Définition

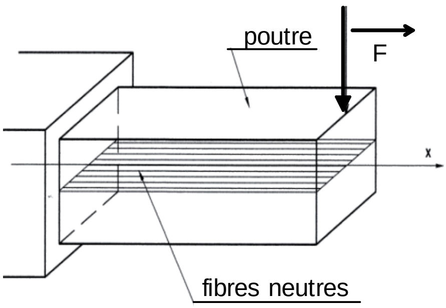
Une poutre (solide), présentant un plan de symétrie (Π), est sollicitée en flexion si le torseur des forces de cohésion appliqué au centre G d'une section droite S est de la forme :



$$T\,(\text{cohésion})_G = \underset{(xyz)}{\left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ F \neq 0 & 0 \\ 0 & M_f \neq 0 \end{matrix}\right\}_G}$$

Essai de flexion - Vocabulaire

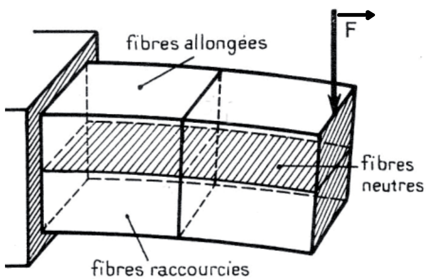
Considérons une poutre (encastrée) soumise à une force $\vec{F}$ comme l'indique la figure ci-contre :



Sous l'effet de cette force, la poutre fléchit et on constate que :

1 /. Les fibres situées au dessus des fibres neutres s'allongent.

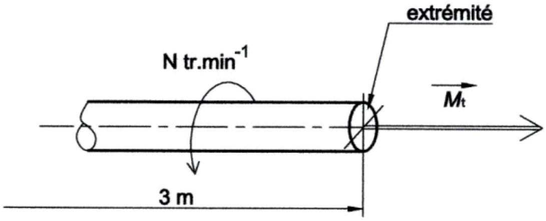
2 /. Les fibres situées en dessous des fibres neutres rétrécissent.



Torsion

Problème résolu

Un arbre en acier dur, de 80 mm de diamètre, tourne à 250 $tr.min^{-1}$.
On propose de calculer la puissance P qu'il peut transmettre sachant que sa contrainte de torsion τ ne doit pas dépasser 40 MPa.Exprimer cette valeur en kW.



Cet arbre a une longueur de 3 m. Calculer alors de quel angle tournera la section de l'extrémité de l'arbre par rapport à son autre extrémité (les couples moteur et résistant sont appliqués chacun à une extrémité).
Exprimer cette valeur en degrés. On prendra G = 120 000 MPa.

1.1 /. Calcul du module de torsion de l'arbre.

$$\frac{Io}{v} = 0{,}2d^3 = 0{,}2 \times 80^3 \qquad \boxed{\frac{Io}{v} = 102\,400 \text{ mm}^3}$$

1.2 /. Valeur du moment de torsion appliqué à l'arbre.

$$\tau_{maxi} = \frac{M_t}{\frac{Io}{v}} \longrightarrow M_t = \tau_{maxi} \cdot \frac{Io}{v}$$

$$M_t = 40 \times 102\,400 \qquad \boxed{M_t = 4\,096\,000 \text{ N.mm}}$$

1.3 /. Vitesse angulaire de l'arbre.

$$\omega = \frac{\pi N}{30} = \frac{\pi \times 250}{30} \qquad \boxed{\omega = 26 \text{ rad.s}^{-1}}$$

1.4 /. Puissance transmise par l'arbre.

$$P = M_t \,.\, \omega = 4\,096\,000 \times 26$$

$$P = 106\,496\,000 \text{ watts} \quad \text{soit} \quad \boxed{P = 106\,496 \text{ kW}}$$

Corrigés

Corrigé 1

I/. Calcul du diamètre de l'arbre.

- Vitesse angulaire de l'arbre en rotation

$$\omega = \frac{\pi.N}{30} = \frac{\pi \times 180}{30}$$

$$\boxed{\omega = 18,85 \text{ rad.s}^{-1}}$$

- Moment de torsion subi par l'arbre

$$M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{72\ 000}{18,85}$$

$$\boxed{M_t = 3\ 820 \text{ N.m}}$$

- Diamètre de l'arbre

$$\tau p > \tau_{maxi} = \frac{M_t}{\frac{Io}{v}} = \frac{M_t}{0,2\ d^3}$$

$$40 > \frac{3\ 820\ 000}{0,2\ d^3} \longrightarrow d^3 > \frac{3\ 820\ 000}{0,2 \times 40} = 477\ 500$$

$$d > \sqrt[3]{477\ 500} = 78,17 \qquad \boxed{d = 80 \text{ mm}}$$

II/. Calcul de la nouvelle contrainte de torsion.

- Valeur du nouveau moment de torsion

$$M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{60\ 000}{18,85}$$

$$\boxed{M_t = 3\ 183 \text{ N.m}}$$

- Nouvelle contrainte de torsion

$$\tau_{maxi} = \frac{M_t}{\frac{Io}{v}} = \frac{M_t}{0,2\ d^3} = \frac{3\ 183\ 000}{0,2 \times 80^3}$$

$$\boxed{\tau_{maxi} = 31 \text{ MPa}}$$