

Sommaire

Rappels de cours sur la torsion

Définition	3.5
Eléments caractéristiques de la torsion	3.5
Contrainte dans une section / en un point M	3.6
Contrainte maximale de torsion	3.7
Condition de résistance à la torsion	3.8
Concentration de contrainte	3.8
Divers	3.9

Rappels de cours sur la flexion plane

Définition / Essai de flexion	3.11
Contrainte de flexion en un point	3.12
Flexion simple	3.12
Flexion / Cisaillement / Remarque	3.13
Condition de résistance	3.15
Diagrammes / Divers cas	3.16
Sollicitations composées	3.22

Exercices d'application

Problème résolu (torsion)	3.24
Problèmes 1 - 2 - 3 - 4	3.25
Corrigés 1 - 2 - 3 - 4	3.32
Problème résolu (flexion plane)	3.38
Problèmes 5 - 6 - 7 - 8 - 9	3.41
Corrigés 5 - 6 - 7 - 8 - 9	3.55

Exercices d'entraînement

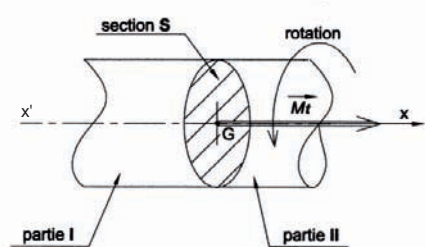
Problèmes 10 - 11	3.66
Corrigés 10 - 11	3.73/78

Torsion

► Définition

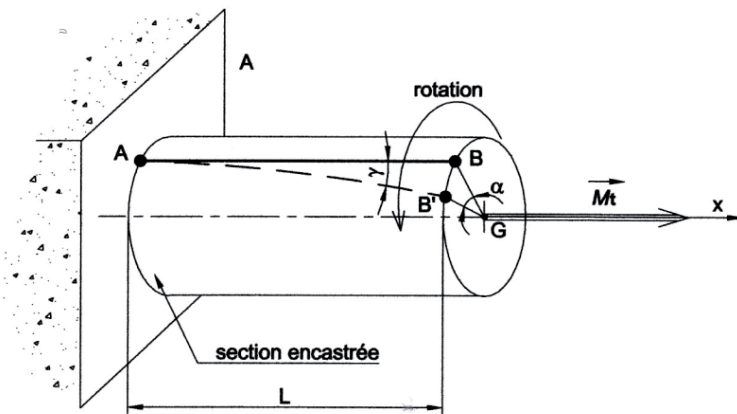
Une poutre (solide) présentant un axe géométrique (xx') est sollicitée à la torsion lorsqu'elle est soumise aux effets d'un torseur couple du type :

$$T_G = \left\{ \begin{array}{ll} T_x = 0 & M_x = \|\vec{M}_t\| \\ T_y = 0 & M_y = 0 \\ T_z = 0 & M_z = 0 \end{array} \right\}_{(xyz)}$$



► Éléments caractéristiques de la torsion

- Soit une poutre encastree (section encastree fixe) soumise aux effets d'un moment de torsion \vec{M}_t localisé au centre G d'une section S.

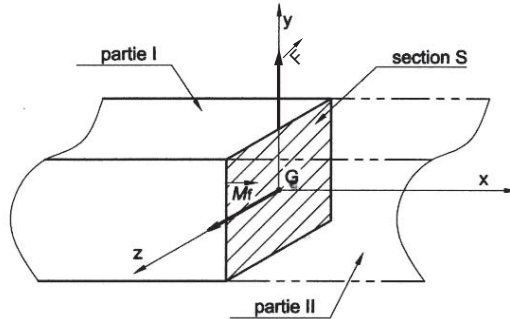


- Sous l'effet de torsion, une fibre (AB) parallèle à l'axe de rotation s'enroule suivant une hélice (AB') et dévie selon un angle γ .
- On en déduit les trois grandeurs caractéristiques de la torsion :
 - 1/. L'angle de déviation γ (en radian).
 - 2/. L'angle de rotation α (en radian) de la section S par rapport à la section fixe.
 - 3/. L'angle unitaire de rotation $\theta = \frac{\alpha}{L}$ (en radian par millimètre / $\text{rad} \cdot \text{mm}^{-1}$).
- Nota : La fibre située sur l'axe ($x'x$) ne dévie pas lors d'une sollicitation en torsion ; on l'appelle la **fibre neutre** de la poutre.

Flexion plane

► Définition

Une poutre (solide), présentant un plan de symétrie (Π), est sollicitée en flexion si le torseur des forces de cohésion appliqué au centre G d'une section droite S est de la forme :

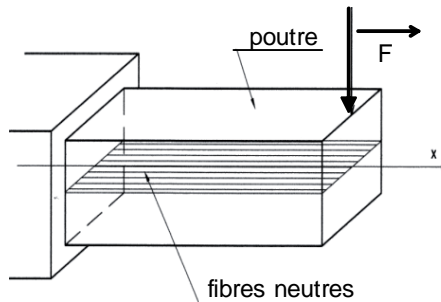


$$T(\text{cohésion})_G = \left. \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ F \geq 0 & 0 \\ 0 & M_f \neq 0 \end{array} \right\} G$$

(xyz)

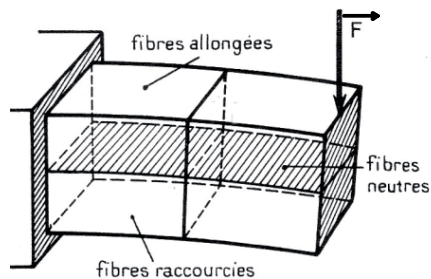
► Essai de flexion - Vocabulaire

Considérons une poutre (encastée) soumise à une force \vec{F} comme l'indique la figure ci-contre :



Sous l'effet de cette force, la poutre fléchit et on constate que :

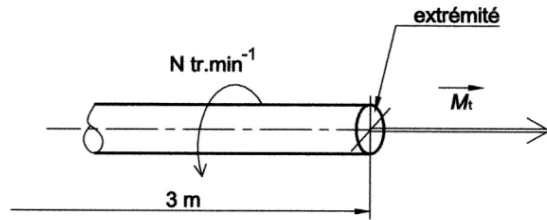
- 1 / Les fibres situées au dessus des fibres neutres s'allongent.
- 2 / Les fibres situées en dessous des fibres neutres rétrécissent.



Torsion

► Problème résolu

Un arbre en acier dur, de 80 mm de diamètre, tourne à 250 tr.min⁻¹.
On propose de calculer la puissance P qu'il peut transmettre sachant que sa contrainte de torsion τ ne doit pas dépasser 40 MPa. Exprimer cette valeur en kW.



Cet arbre a une longueur de 3 m. Calculer alors de quel angle tournera la section de l'extrémité de l'arbre par rapport à son autre extrémité (les couples moteur et résistant sont appliqués chacun à une extrémité). Exprimer cette valeur en degrés. On prendra $G = 120\,000$ MPa.

1.1 /. Calcul du module de torsion de l'arbre.

$$\frac{I_0}{V} = 0,2d^3 = 0,2 \times 80^3 \quad \boxed{\frac{I_0}{V} = 102\,400 \text{ mm}^3}$$

1.2 /. Valeur du moment de torsion appliqué à l'arbre.

$$\tau_{\text{maxi}} = \frac{M_t}{\frac{I_0}{V}} \longrightarrow M_t = \tau_{\text{maxi}} \cdot \frac{I_0}{V}$$
$$M_t = 40 \times 102\,400 \quad \boxed{M_t = 4\,096\,000 \text{ N.mm}}$$

1.3 /. Vitesse angulaire de l'arbre.

$$\omega = \frac{\pi N}{30} = \frac{\pi \times 250}{30} \quad \boxed{\omega = 26 \text{ rad.s}^{-1}}$$

1.4 /. Puissance transmise par l'arbre.

$$P = M_t \cdot \omega = 4\,096\,000 \times 26$$
$$P = 106\,496\,000 \text{ watts} \quad \text{soit} \quad \boxed{P = 106\,496 \text{ kW}}$$

Corrigés



Corrigé 1

I/. Calcul du diamètre de l'arbre.

- Vitesse angulaire de l'arbre en rotation

$$\omega = \frac{\pi \cdot N}{30} = \frac{\pi \times 180}{30}$$

$$\omega = 18,85 \text{ rad.s}^{-1}$$

- Moment de torsion subi par l'arbre

$$M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{72\,000}{18,85}$$

$$M_t = 3\,820 \text{ N.m}$$

- Diamètre de l'arbre

$$\tau_p > \tau_{\text{maxi}} = \frac{M_t}{\frac{l_0}{\nu}} = \frac{M_t}{0,2 d^3}$$

$$40 > \frac{3\,820\,000}{0,2 d^3} \longrightarrow d^3 > \frac{3\,820\,000}{0,2 \times 40} = 477\,500$$

$$d > \sqrt[3]{477\,500} = 78,17$$

$$d = 80 \text{ mm}$$

II/. Calcul de la nouvelle contrainte de torsion.

- Valeur du nouveau moment de torsion

$$M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{60\,000}{18,85}$$

$$M_t = 3\,183 \text{ N.m}$$

- Nouvelle contrainte de torsion

$$\tau_{\text{maxi}} = \frac{M_t}{\frac{l_0}{\nu}} = \frac{M_t}{0,2 d^3} = \frac{3\,183\,000}{0,2 \times 80^3}$$

$$\tau_{\text{maxi}} = 31 \text{ MPa}$$